

**Оперативный прогноз прорыва воды к  
добывающим скважинам в условиях  
неустойчивости фронта вытеснения при  
многофазной фильтрации флюидов**

А.Х. Шахвердиев<sup>1</sup>  
А.В. Денисов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Российский гос. геологоразведочный  
университет имени С. Орджоникидзе

Адрес для связи: shahverdievah@mgri.ru,  
denisovav@mgri.ru

**Ключевые слова:** технология заводнения, неустойчивость фронта  
вытеснения нефти водой, модели роста, динамическая система

Технология закачки воды в нефтяные пласты с целью поддержания пластового давления и эффективного вытеснения нефти является основной технологией добычи нефти с доказанной технологической и экономической эффективностью и применяется на большинстве объектов разработки России. При выборе правильной стратегии формирования системы ППД на основе объединения пластов в эксплуатационные объекты, схем размещения и типов скважин, расстояний между скважинами, времени начала закачки воды, выбора темпов закачки воды и отбора жидкости, можно достичь высоких значений коэффициентов нефтеизвлечения. Тем не менее, наряду с положительными аспектами заводнения нефтяных месторождений существуют и отрицательные – неизбежный рост обводненности добываемой продукции, неустойчивый характер вытеснения нефти водой, формирование слабодренлируемых и застойных зон, содержащих остаточную нефть и не охваченных вытеснением. Данные факторы проявляются на поздней стадии разработки и являются причиной трансформации остаточных запасов таких месторождений в категорию трудноизвлекаемых (ТРИЗ), наиболее востребованную с точки зрения получения налоговых льгот. Учитывая, что, доразработка эксплуатационных объектов, находящихся на поздней стадии разработки, будет осуществляться еще продолжительное время, актуальной задачей является улучшение технологических и экономических показателей этого процесса.

**Operational forecast of water  
breakthrough to production wells under  
conditions of instability of the  
displacement front during multiphase fluid  
filtration**

A.Kh. Shakhverdiev<sup>1</sup>  
A.V. Denisov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Sergo Ordzhonikidze Russian State  
University for Geological Prospecting, RF,  
Moscow

E-mail: shahverdievah@mgri.ru, denisovav@mgri.ru

**Keywords:** waterflooding technology, instability of the oil  
displacement front, growth models, dynamic system

The technology of water injection into oil reservoirs to maintain reservoir pressure and effectively displace oil is the main technology of oil production with proven technological and economic efficiency and is used at most production sites in Russia. By choosing the right strategy for reservoir pressure maintenance system based on the assembling of formations into production facilities, well placement schemes and types, distances between wells, the start time of water injection, the selection of water injection rates and liquid withdrawal, it is possible to achieve high oil recovery factors. However, along with the positive aspects of flooding, there are also negative ones - the inevitable increase in water cut of the produced oil, the unstable nature of oil displacement by water, the formation of poorly drained and stagnant zones containing residual oil and not covered by displacement. These factors become apparent at a late stage of development and are the reason for the transformation of the remaining reserves of such deposits into the category of hard-to-recover reserves, which is most relevant in terms of obtaining tax benefits. Considering that the further development of fields at a late stage of development shall continue for a long time, an urgent task is to improve the technological and economic indicators of this process.

Как известно, большая часть эксплуатационных объектов нефтяных месторождений Западной Сибири в настоящее время находятся на поздней стадии разработки, для которой характерна высокая степень выработанности запасов ( $C_{изв} > 80 \%$ ) и высокая обводненность добываемой продукции ( $\beta > 90 \%$ ).

Основными проблемами, связанными с технологией заводнения, характерными для поздней стадии разработки являются:

- рост водонасыщенности коллектора, снижение фазовой проницаемости по нефти и рост по воде;
- неустойчивость фронта вытеснения нефти водой, формирование языков обводнения;
- образование застойных зон, не охваченных процессом фильтрации нефти;
- формирование конусов воды между добывающими скважинами и подошвенной водонасыщенной частью пласта;
- формирование каналов низкого фильтрационного сопротивления между нагнетательными и добывающими скважинами с использованием как естественной трещиноватости, так и техногенной, в результате применения гидроразрыва пласта (ГРП);
- заколонные перетоки из выше или ниже залегающих водоносных пластов;
- форсированный режим работы добывающего и нагнетательного фонда скважин;
- ухудшение состояния нагнетательного и добывающего фонда скважин.

Необходимо отметить, что по каждой из вышеназванных проблем имеется большое количество публикаций и исследований от диагностирования до рекомендаций по применению геолого-технических мероприятий, но остановимся более подробно на возникновении неустойчивости фронта вытеснения нефти водой.

Математическая формализация процесса многофазной фильтрации связана с необходимостью решения сложных задач взаимного течения несмешивающихся флюидов разной вязкости в неоднородной пористой геологической среде под действием гидродинамических, капиллярных, гравитационных и прочих сил. Данной тематике посвящено большое количество опубликованных работ с результатами теоретических и

экспериментальных исследований [1-29]. В 1930 г. Л.С. Лейбензон вывел дифференциальные уравнения фильтрации. Понятие фазовой проницаемости впервые было введено Виковым и Ботсетом в 1936 г., концепцию относительной проницаемости в конце 1930-х г. сформулировал Моррис Маскет. Бакли и Леверетт в 1941 г. предложили модель совместного течения нефти и воды без учета капиллярного скачка насыщенности и действия гравитационных сил, в 1953 г. Рапопорт-Лис опубликовали систему уравнений, включающую дополнительное уравнение, определяющее скачок давления на границе фаз. В 1958 г. Сафман и Тейлор опубликовали результаты экспериментальных исследований нарушения устойчивости фронта вытеснения в виде неограниченно разрастающихся языков вытесняющей жидкости. Математическая модель развития языков вытесняющей жидкости была предложена в 1984 г. Баренблаттом. В настоящее время исследования продолжаются в области физического моделирования на микроуровне, в области математического моделирования с использованием конечно-разностных методов моделирования течений, методов, основанных на линиях тока, методов теории перколяции.

Одномерная модель совместного течения нефти и воды в пористой среде без учета действия капиллярных и гравитационных сил, которую в 1941 г. предложили Бакли и Леверетт в своей классической работе [14], до сих пор имеет наибольшее количество ссылок и упоминаний в публикациях специалистов, занимающихся многофазной фильтрацией в пористой среде. Система уравнений этой модели включает обобщенный закон Дарси и законы сохранения масс обеих несмешивающихся фаз.

$$m \frac{\partial}{\partial t} (S_w) + u \frac{\partial}{\partial x} (f(S_w)) = 0 \quad (1)$$

Результатом решения уравнения (1) без учета гравитационных и капиллярных сил является положение заданного значения насыщенности как функции времени

$$x(S_w) = \frac{u \cdot t}{m} \left( \frac{\partial [f(S)]_w}{\partial S_w} \right) + x_0 \quad (2)$$

где  $x_0$  – начальное положение фронта насыщенности при  $t = 0$ .

Функцию Бакли-Левретта можно выразить через скорости или параметры подвижностей водной и нефтяной фаз

$$f(S_w) = \frac{u_w}{u_w + u_o} = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}\mu_w}{k_{rw}\mu_o}} = \frac{\lambda_w}{\lambda_w + \lambda_o} = \frac{\lambda_w}{\lambda} \quad (3)$$

где  $m$  – пористость;  $S_w$  – водонасыщенность;  $k_{ro}$  – относительная фазовая проницаемость (ОФП) по нефти;  $k_{rw}$  – ОФП по воде;  $x$  – координата;  $u_w$  – скорость водной фазы;  $u_o$  – скорость нефтяной фазы;  $u_{\Sigma}$  – общая скорость фаз;  $\lambda_w = \frac{k_{rw}}{\mu_w}$  – подвижность водной фазы;  $\lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o}$  – подвижность нефтяной фазы;  $\lambda = \lambda_w + \lambda_o$  – общая подвижность.

Ключевым понятием модели Бакли-Левретта является фронт вытеснения и значение водонасыщенности на фронте вытеснения нефти водой  $S_c$ . Разница значений  $S_c - S_o$  характеризует как устойчивость фронта вытеснения, так и эффективность начального «безводного» этапа заводнения. В иностранных источниках используется термин «point of water breakthrough» – точка прорыва воды, до которой процесс вытеснения нефти происходит очень эффективно и за короткое время, а после этой точки эффективность вытеснения нефти сильно снижается.

Основным общепризнанным недостатком этой модели является появление математически возможной, но физически невозможной многозначности водонасыщенности в интервале от начальной ( $S_o$ ) до фронтовой ( $S_c$ ). При устранении многозначности водонасыщенности плоским фронтом реальный физический процесс в интервале изменения водонасыщенности  $S_o - S_c$  игнорируется, начальная часть функции Бакли-Левретта заменяется линейной функцией с постоянным значением производной, а значит и скоростью распространения водонасыщенности.

$$f'(S_c) = \frac{f(S_c) - f(S_o)}{S_c - S_o} \quad (4)$$

Для проведения расчетов воспользуемся значениями модифицированных ОФП для объекта разработки БС<sub>10</sub><sup>2-3</sup> месторождения Западной Сибири. В результате моделирования получены графики функции Бакли-Левретта и распределения водонасыщенности по координате X (рис. 1).

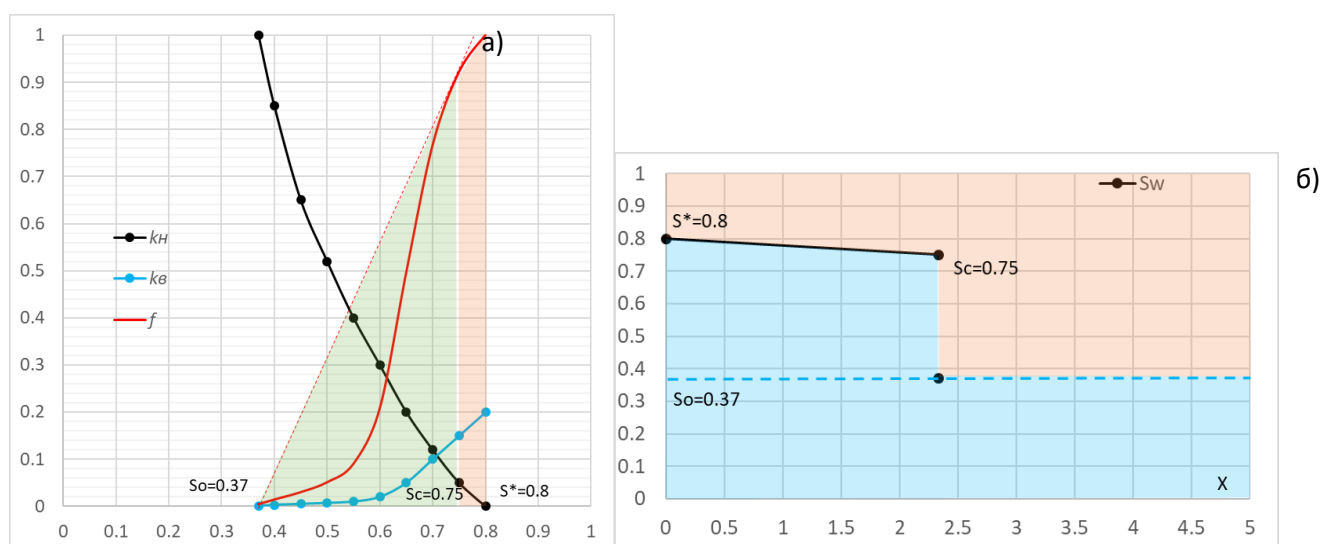


Рис. 1. Графики ОФП, функции Бакли-Левретта (а) и распределение водонасыщенности по координате X (б)

Полученное распределение водонасыщенности по координате X говорит о том, что следует ожидать практически поршневой режим вытеснения для данного объекта.

Проведем оценку соответствия показателей разработки добывающей скважины результатам расчетов по модели Бакли-Левретта при использовании ОФП утвержденных в проектном документе.

Как известно, функция Бакли-Левретта представляет собой долю воды в общем потоке жидкости и ее можно выразить либо через скорости, либо через расходы, при совпадении площадей фильтрации для нефти и воды

$$f(S_w) = \frac{u_w}{u_w + u_n} = \frac{Q_w}{Q_w + Q_n} \quad (5)$$

Показатель обводненности добываемой продукции скважины определяется через количество отобранной нефти и воды

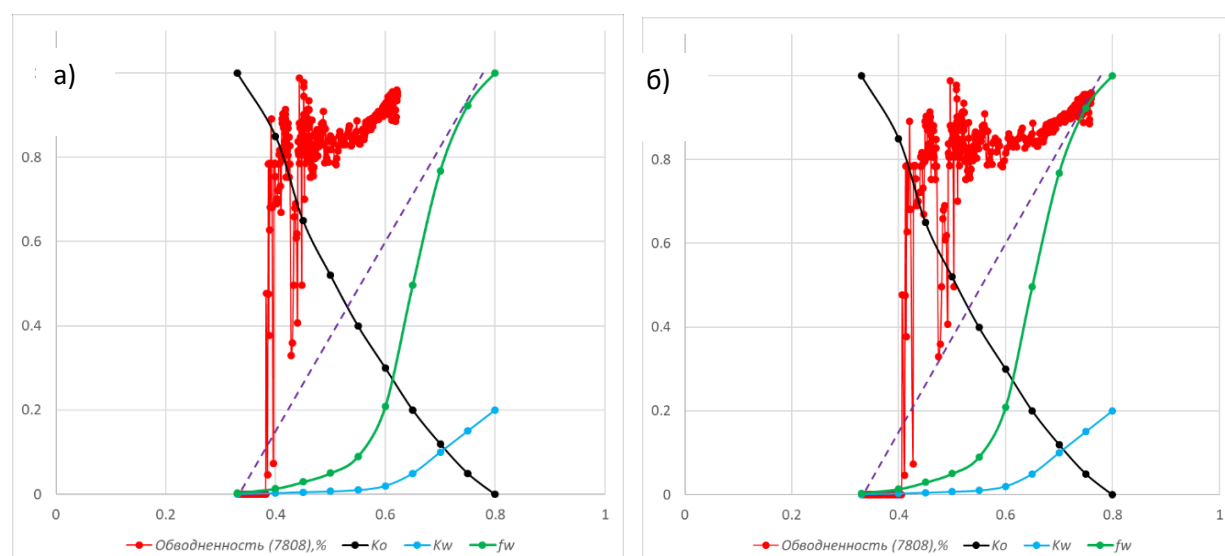
$$\beta(t) = \frac{Q_B}{Q_B + Q_H} \quad (6)$$

Как видим правая часть формул (5) и (6) совпадает и для приведения в соответствие обводненности и функции Бакли-Левретта необходимо лишь перевести в пластовые условия объемные показатели отобранной нефти и воды и рассчитать для заданного момента времени значение водонасыщенности.

В результате расчетов, представленных на рис. 2 и в табл. 1, получим дополнительный временной ряд значений водонасыщенности, который используем для построения графика обводненности  $\beta(S_w)$  и наложения его на график ОФП и функции Бакли-Левретта.

Таблица 1

Наименование	Источник	Значение
Скважина	проектно-техническая документация (ПТД)	07808_
Наличие подстилающей воды	результаты интерпретации геофизических исследований скважин (РИГИС)	ЧНЗ
Плотность нефти п.у., т/м <sup>3</sup>	ПТД	0,86
Объемный коэффициент нефти	ПТД	1,1
Вязкость нефти в пластовых условиях $\mu_o$ , мПа·с	ПТД	1,5
Вязкость воды в пластовых условиях $\mu_w$ , мПа·с	ПТД	0,38
Накопл. нефть $Q_H$ , т	месячный эксплуатационный рапорт (МЭР)	122305
Накопл. вода $Q_B$ , м <sup>3</sup>	МЭР	781294
Начало закачки воды в наг. скв. 6435	МЭР	01,1992
$H_{HH}$ по району скважины, м	РИГИС	13,6
$K_{HH}$ по району скважины, д.ед	РИГИС	0,667
$S_o$ по району скважины, д.ед	РИГИС	0,333
$K_n$ по району скважины, д.ед	РИГИС	0,199
Площадь района скважины, м <sup>2</sup>	Карта разработки	135000
$V_{пор}$ , м <sup>3</sup>	Расчет	365364
$V_{но}$ , м <sup>3</sup>	Расчет	243698
Текущий коэффициент извлечения нефти (ТКИН)	Расчет	0,64
Накопл. отбор воды/ $V_{пор}$	Расчет	2,14



**Рис. 2. Сравнение преобразованной обводненности скв. 7808 с результатами расчетов по модели Бакли-Лeverетта:**

площадь дренирования 200 тыс. м<sup>2</sup> ( $R=252$  м) (а); площадь дренирования 135 тыс. м<sup>2</sup> ( $R=207$  м) (б)

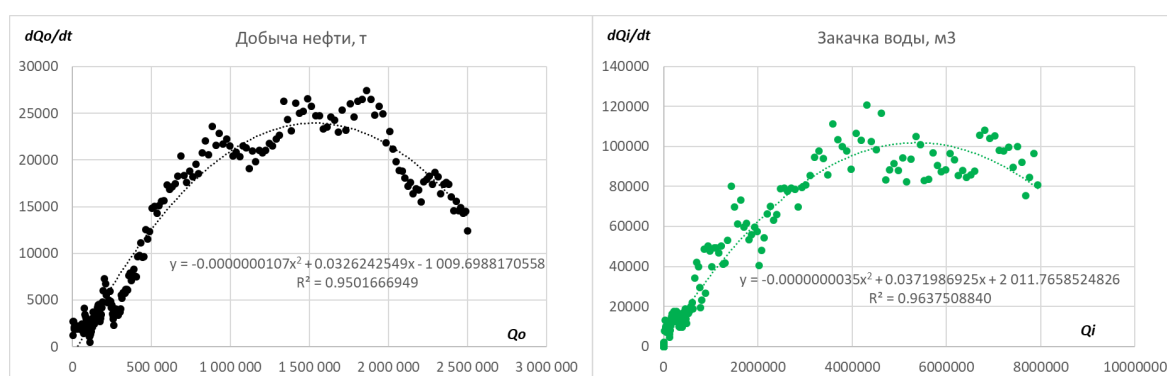
Как видно из рис. 2 доля воды в потоке, полученная по значениям обводненности скв. 7808, постоянно изменяется и носит неустойчивый характер, график изменения преобразованной обводненности скв. 7808 в зависимости от водонасыщенности не соответствует функции Бакли-Лeverетта, полученной с использованием ОФП, утвержденных в проектом документе из-за раннего прорыва воды и образования устойчивых каналов поступления воды в добывающую скважину. Процесс вытеснения нефти недостаточно эффективен, для соответствия используемым ОФП пришлось уменьшить расчетную площадь дренирования, приходящуюся на скважину.

Оценка площади дренирования при соответствии используемым ОФП для скв. 7808 составляет 135 тыс. м<sup>2</sup>, что соответствует радиусу контура питания  $R=207$  м, накопленный отбор воды составляет  $2,14 \cdot V_{\text{пор}}$ .

Таким образом можно сделать вывод о том, что реальный процесс фильтрации нефти и воды в промысловых условиях может быть далек от модельного представления, доля воды в потоке постоянно изменяется и носит неустойчивый характер, путь построения и решения дифференциальных уравнений фильтрации с учетом геологической

неоднородности и всех изменяющихся параметров представляет сложную и зачастую невыполнимую задачу, в работах [1-13] для изучения нарушения устойчивости фронта вытеснения нефти водой предлагается использовать теорию катастроф, которая исследует динамические процессы на предмет потери устойчивости.

### Оперативный прогноз неустойчивости вытеснения нефти водой



**Рис.3** Динамика промысловых показателей разработки исследуемого участка  
 в координатах модели роста

Динамической системой (ДС) является система дифференциальных уравнений моделей роста (рис. 3) добычи нефти, отборов и закачки воды по скважинам за исследуемый период времени [4-11]:

$$\frac{dQ_i}{dt} = a_i Q_i^2 + b_i Q_i + c_i, \quad i=o; w; z \quad (7)$$

где  $a_i$ ,  $b_i$ , постоянные коэффициенты, которые характеризуют рост в случае положительных значений и ограничение роста в случае отрицательных,  $c_i$  – свободный член уравнения, а  $Q_i$  – соответственно накопленный показатель  $i$  фазы: нефти ( $o$ ), отбора ( $w$ ) и закачки ( $z$ ) воды. Катастрофой будет быстрый скачкообразный рост водонасыщенности, водной фазы и соответственно обводненности в добывающей скважине, регулируемые параметрами – отбор (дебит) жидкости и закачка (приемистость) воды.

В работах [7-10] получены общие решения производного от (7) уравнения

$$\frac{dQ_w}{dQ_o} = \frac{a_w Q_w^2 + b_w Q_w + c_w}{a_o Q_o^2 + b_o Q_o + c_o} \quad (8)$$

для всех возможных комбинаций параметров или коэффициентов полиномов, входящих в систему, а также установлено, что дискриминанты полиномов, а также их знаки («+» или «-») являются управляющими параметрами, контролирующими существенные особенности и свойства решений. Формирование катастрофических изменений решений в рамках различных сценариев развития катастроф происходит при смене знака одного из дискриминантов квадратных трехчленов, то есть при переходе из одного класса  $D^\pm$  в другой. Последнее соответствует переходу системы, описываемой ДС, из одного состояния в качественно другое. При этом каждый класс соответствует особой структуре кривых решений. Изменение этой структуры, в том числе катастрофическое, сопровождающееся появлением новых типов частных решений, которые отсутствуют в «предыдущем» классе, происходит при вариации одного параметра – дискриминанта  $D_o$  или  $D_w$  одного из трехчленов. Класс  $D^{++}$  играет при этом особую роль как “источник” таких изменений, поскольку, именно в этом классе решения имеют наибольшее количество критических точек (четыре).

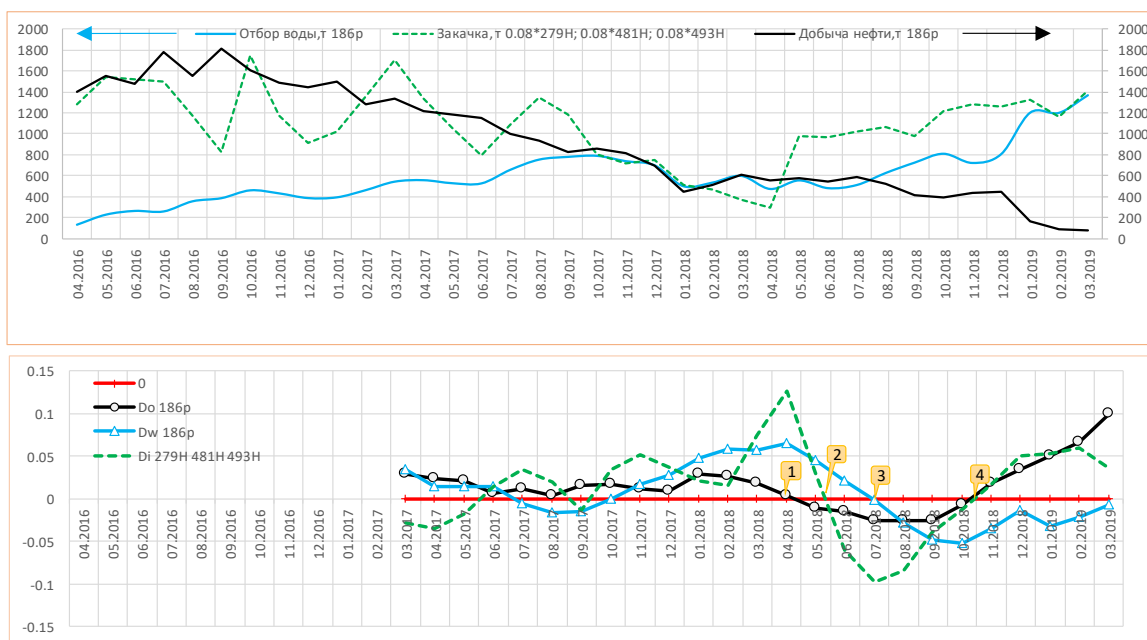


Рис. 4. Динамика промысловых показателей и дискриминантных критериев добывающей скв. 186р и окружающих нагнетательных скв. 279Н, 481Н, 493Н

На рис. 4 представлена динамика изменения отборов нефти и воды добывающей скважины 186р и суммарная закачка воды в окружающие нагнетательные скважины 279Н, 481Н, 493Н, а также график изменения дискриминант по нефти, воде и закачке за 12 мес., предшествующих расчетной дате.

Как следует из рис. 4 после увеличения закачки воды в апреле 2018 г. в точке 1 произошел переход  $Do(+)\rightarrow Do(0)\rightarrow Do(-)$ , изменения привели к росту отборов нефти, а спустя 3 месяца в точке 3 к переходу  $Dw(+)\rightarrow Dw(0)\rightarrow Dw(-)$  с прорывом отборов воды, а затем в точке 4 к переходу  $Do(-)\rightarrow Do(0)\rightarrow Do(+)$  и быстрому снижению отборов нефти. Рекомендуется ограничить отбор жидкости по скважине 186р и снизить закачку воды в окружающие нагнетательные.

### **Выводы**

1. Реальный процесс фильтрации нефти и воды в промышленных условиях может быть далек от модельного представления, доля воды в потоке постоянно изменяется и носит неустойчивый характер, путь построения и решения дифференциальных уравнений фильтрации с учетом геологической неоднородности и всех изменяющихся параметров представляет сложную и зачастую невыполнимую задачу, поэтому для изучения нарушения устойчивости фронта вытеснения нефти водой предлагается использовать теорию катастроф, которая исследует динамические процессы на предмет потери устойчивости.
2. Дискриминантный критерий, полученный при анализе динамической системы дифференциальных уравнений моделей роста, позволяет оперативно прогнозировать прорыв воды к добывающим скважинам в условиях неустойчивости фронта вытеснения при многофазной фильтрации флюидов, а также рекомендовать мероприятия для предотвращения нарушения устойчивости фронта вытеснения регулированием режимов работы нагнетательных и добывающих скважин.